kanoon.ir

ریاضی (۲)

۱- اگر جمله‌ی چهارم و هفتم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب ۲۰ و ۵۴۰ باشند، قدر نسبت و جمله‌ی اول این دنباله را به‌دست آورید.

۲- مقدارهای زیر را به‌دست آورید:

الف) $\left(\sqrt{۵}^{\sqrt{۵}}\right)^{\sqrt{۲۰}}$ ب) $\left(\sqrt{۷}^{(۲+\sqrt{۲})}\right)^{(۲-\sqrt{۲})}$

۳- اگر تابع $f=\{(۲,a),(۴,a^۲),(a,b-۱)\}$ یک به یک باشد و $f(۴)-۳f(۲)=-۲$، مقادیر a و b را به‌دست آورید.

۴- نمودار تابع $y=|x-۱|-۱$ را رسم کنید.

۵- حدود m را چنان بیابید که عبارت زیر همواره بامعنی باشد.

$$P=\frac{۲x-۳}{\sqrt{x^۲-(m-۱)x+۴}}$$

۶- در تابع $f(x)=۲+\frac{۳}{x-۲}$، $f^{-۱}(۴)$ را به‌دست آورید.

۷- اگر $f(\frac{x-۱}{x+۱})=x+۳$، آن‌گاه مقدار $f(۲)$ را به‌دست آورید. $(x\neq -۱)$

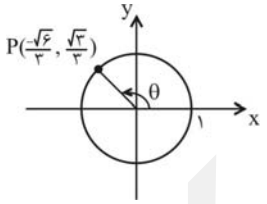
۸- به کمک انتقال، نمودار تابع $y=-\sqrt{x-۳}+۱$ را رسم کنید.

۹- اگر داشته باشیم $\log_{۱۰}^{۲}=a$، $\log_{۱۰}^{۳}=b$ و $\log_{۱۰}^{۷}=c$، آنگاه حاصل $\log_{۱۰}\frac{\sqrt[۳]{۳۵}}{۱۲}$ را بر حسب a، b و c تعیین کنید.

۱۰- اگر $\log_{۱۰}(x^۲-۱)=\log_{۱۰}(x-۱)+۲\log_{۱۰}^{۳}$، آن‌گاه $\log_{۲}^{x}$ را بیابید.

۱۱- معادله‌ی $\log_{۱۰}(x-۴)+\log_{۱۰}x-\log_{۱۰}(x-۱)=\log_{۱۰}^{۵}-۲\log_{۱۰}^{۲}$ را حل کنید.

۱۲- در شکل روبه‌رو نسبت‌های مثلثاتی $\sin\theta$، $\cos\theta$ و $\tan\theta$ را به‌دست آورید.

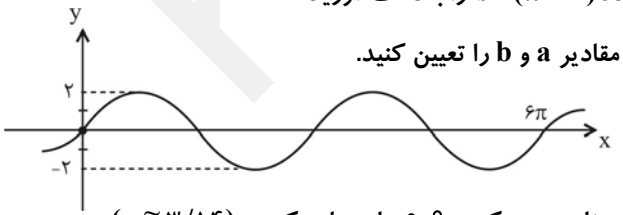


۱۳- مقدار عددی عبارت زیر را به‌دست آورید.

$$A=\frac{۲\sin ۳۹۰^\circ\tan ۱۳۵^\circ-۴\tan(-۲۴۰^\circ)\cos ۱۵۰^\circ}{\tan^۲(۳۰۰^\circ)\cos(-۶۰^\circ)}$$

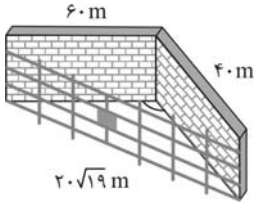
۱۴- در صورتی که $\sin x=\frac{۱}{۳}$ باشد، حاصل عبارت $\sin(\pi-x)\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)$ را به‌دست آورید.

۱۵- اگر قسمتی از نمودار تابع $y=a\sin bx$ به صورت زیر باشد، مقادیر a و b را تعیین کنید.



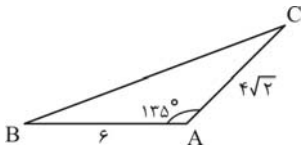
۱۶- شعاع دایره‌ای برابر ۱۲ است. در این دایره طول کمان روبه‌روی زاویه‌ی مرکزی ۶۰° را حساب کنید. $(\pi\simeq ۳/۱۴)$

۱۷- مزرعه‌ای در دو ضلع خود دیوار و ضلع دیگر حصار دارد. با توجه به شکل زاویه‌ی بین دیوارها را به‌دست آورید.



۱۸- اگر $\sin\theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ و انتهای کمان θ در ربع سوم باشد، مقدار $\tan\theta$ را به‌دست آورید.

۱۹- در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی ضلع BC را به‌دست آورید.



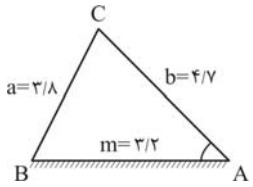
۲۰- دوره‌ی تناوب تابع زیر را مشخص کنید.

$$y = 2\sin(\frac{-x}{3} + \pi) - 3$$

۲۱- یک هواپیما هنگام حرکت روی باند پرواز به طول ۳/۲ کیلومتر، پس از چند لحظه در موقعیتی در آسمان قرار می‌گیرد که از ابتدای باند (A)، ۴/۷ کیلومتر و از انتهای باند (B)، ۳/۸ کیلومتر فاصله دارد. $(\cos 84^\circ = 0/106, \sin 84^\circ = 0/994)$

الف) ارتفاع تقریبی هواپیما از سطح زمین را در این لحظه حساب کنید.

ب) زوایای $\hat{A}$ و $\hat{B}$ را حساب کنید.



۲۲- مقدار کسر زیر را به‌دست آورید.

$$A = \frac{\sin(-135^\circ) + 2\cos 405^\circ + 3\sin 225^\circ}{\tan 315^\circ}$$

۲۳- ماتریس A را طوری تعیین کنید که داشته باشیم:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}\left(A - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $A^2 - AI$ را تعیین کنید. (I یک ماتریس 2×2 می‌باشد.)

۲۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$، مطلوب است محاسبه‌ی $2A^2 - 5A^{-1}$.

۲۶- با حروف کلمه‌ی STORE و بدون تکرار:

الف) چند کلمه‌ی ۴ حرفی می‌توان نوشت؟

ب) چند کلمه‌ی ۳ حرفی می‌توان نوشت که به R ختم شود؟

۲۷- با ارقام ۵ و ۷ و ۸ و ۹ :

الف) چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی مضرب ۵ می‌توان نوشت؟

ج) چند عدد چهار رقمی زوج می‌توان نوشت؟

۲۸- ۴ کتاب متمایز ریاضی و ۳ کتاب متمایز فیزیک در اختیار داریم. به چند طریق می‌توان این کتاب‌ها را در یک قفسه کنار هم چید به طوری که هیچ دو کتاب متوالی متعلق به یک درس نباشند؟

۲۹- از بین ۶ نفر که برای استخدام آمده‌اند به چند طریق می‌توان سه نفر را برای پست‌های مدیریت، معاونت و کارشناس استخدام کرد اگر شانس انتخاب هر ۶ تن مساوی بوده و هر نفر حداکثر در یک پست بتواند استخدام شود؟

۳۰- با استفاده از ده نقطه چند پاره‌خط می‌توان ساخت؟

kanoon.ir

kanoon.ir

پاسخ ریاضی (۲)

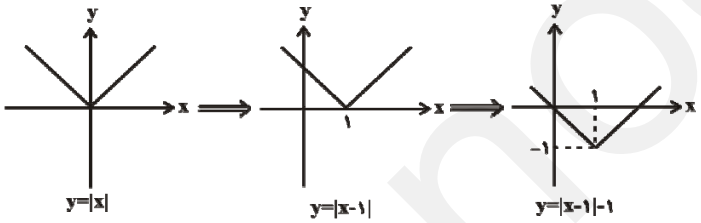
۱-
$$\frac{a_۷}{a_۴}=\frac{aq^۶}{aq^۳}=q^۳ \Rightarrow q^۳=\frac{۵۴۰}{۲۰}=۲۷ \Rightarrow q=۳$$
$$a_۴=۲۰ \Rightarrow aq^۳=۲۰ \Rightarrow a\times ۲۷=۲۰ \Rightarrow a=\frac{۲۰}{۲۷}$$

۲- الف)
$$(\sqrt{۵})^{\sqrt{۵}\times\sqrt{۲۰}}=(\sqrt{۵})^{\sqrt{۱۰۰}}=(\sqrt{۵})^{۱۰}=(۵^{\frac{۱}{۲}})^{۱۰}=۵^{\frac{۱}{۲}\times ۱۰}=۵^۵=۳۱۲۵$$

ب)
$$(\sqrt{۷})^{(۲+\sqrt{۲})(۲-\sqrt{۲})}=\sqrt{۷}^{(۴-۲)}=(\sqrt{۷})^۲=۷$$

۳-
$$f(۴)-۳f(۲)=-۲ \Rightarrow a^۲-۳(a)=-۲ \Rightarrow a^۲-۳a+۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=۱ \\ a=۲ \end{cases}$$
$$a=۱ \Rightarrow f=\{(۲,۱),(۴,۱),(۱,b-۱)\} \Rightarrow f \text{ یک به یک نخواهد بود} \Rightarrow a\neq ۱$$
$$a=۲ \Rightarrow f=\{(۲,۲),(۴,۴),(۲,b-۱)\} \Rightarrow b-۱=۲ \Rightarrow b=۳$$

۴-



۵- در صورتی عبارت داده شده برای هر عدد حقیقی با معنی است که زیر رادیکال همواره مثبت باشد. پس باید $\Delta<۰$ و $a>۰$.
$$\Delta=b^۲-۴ac=(-(m-۱))^۲-۴(۱)(۴)=(m-۱)^۲-۱۶=m^۲-۲m+۱-۱۶=m^۲-۲m-۱۵$$
حال عبارت Δ را تعیین علامت می‌کنیم.
$$\Delta=m^۲-۲m-۱۵=(m-۵)(m+۳)=۰ \Rightarrow \begin{cases} m=۵ \\ m=-۳ \end{cases}$$

m		-۳		۵	
Δ	+	۰	−	۰	+

$$\xrightarrow{\Delta<۰} -۳<m<۵$$

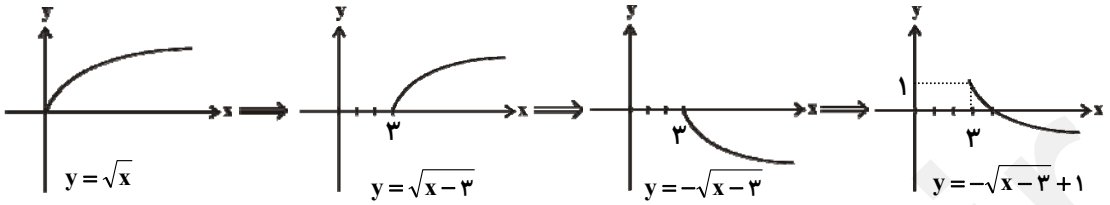
۶-
$$۴=۲+\frac{۳}{x-۲} \Rightarrow ۲=\frac{۳}{x-۲} \Rightarrow ۲x-۴=۳ \Rightarrow ۲x=۷ \Rightarrow x=\frac{۷}{۲}$$
$$f(\frac{۷}{۲})=۴ \Rightarrow f^{-۱}(۴)=\frac{۷}{۲}$$

۷-
$$\frac{x-۱}{x+۱}=۲ \Rightarrow x-۱=۲x+۲ \Rightarrow x-۲x=۱+۲ \Rightarrow x=-۳$$

Kanoon.ir

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=x+3 \xrightarrow{x=-3} f(2)=-3+3 \Rightarrow f(2)=0$$

۸-



۹-

$$\log_{10}\frac{\sqrt[3]{35}}{12}=\log_{10}(35)^{\frac{1}{3}}-\log_{10}12=\frac{1}{3}\log_{10}(35)-\log_{10}(3\times 2^2)$$

$$=\frac{1}{3}(\log_{10}5+\log_{10}7)-\log_{10}3-2\log_{10}2=\frac{1}{3}\left(\log_{10}\frac{10}{2}+\log_{10}7\right)-\log_{10}3-2\log_{10}2$$

$$=\frac{1}{3}(\log_{10}(10)-\log_{10}2)+\frac{1}{3}\log_{10}7-\log_{10}3-2\log_{10}2=\frac{1}{3}-\frac{7}{3}\log_{10}2+\frac{1}{3}\log_{10}7-\log_{10}3$$

$$=\frac{1}{3}-\frac{7}{3}a+\frac{c}{3}-b$$

۱۰-با توجه به معادله‌ی داده شده باید $x-1>0$ و $x^2-1>0$ ، در نتیجه $x>1$ ، بنابراین:

$$\log_{1}(x^2-1)=\log_{1}(x-1)+2\log_{1}3 \Rightarrow \log_{1}(x^2-1)=\log_{1}(x-1)+\log_{1}9$$

$$\Rightarrow \log_{1}(x^2-1)=\log_{1}(9x-9) \Rightarrow x^2-1=9x-9 \Rightarrow x^2-9x+8=0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x-1)=0 \Rightarrow x=8\ ,\ x=1$$

بنابراین $x=8$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow \log_{2}^{x}=\log_{2}^{8}=\log_{2}^{2^3}=3\log_{2}^{2}=3$$

۱۱-

$$\log_{10}(x-4)+\log_{10}x-\log_{10}(x-1)=\log_{10}5-\log_{10}2^2$$

$$\Rightarrow \log_{10}\frac{x(x-4)}{x-1}=\log\frac{5}{4} \Rightarrow \frac{x^2-4x}{x-1}=\frac{5}{4} \Rightarrow 4x^2-16x=5x-5 \Rightarrow 4x^2-21x+5=0$$

$$\Rightarrow \Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=441-80=361 \Rightarrow x=\frac{21\pm 19}{8} \Rightarrow x=5\ ,\ x=\frac{1}{4}$$

که با توجه به دامنه‌ی معادله فقط $x=5$ قابل قبول است.

۱۲-با توجه به این که شعاع دایره برابر ۱ واحد است، داریم:

$$\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}\ ,\ \cos\theta=\frac{-\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\sqrt{2}}{2}$$

۱۳-

$$\sin 390^\circ=\sin(360^\circ+30^\circ)=\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$$

$$\tan 135^\circ=\tan(180^\circ-45^\circ)=-\tan 45^\circ=-1$$

$$\tan(-240^\circ)=-\tan(180^\circ+60^\circ)=-\tan 60^\circ=-\sqrt{3}$$

$$\cos 150^\circ=\cos(180^\circ-30^\circ)=-\cos 30^\circ=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 300^\circ=\tan(360^\circ-60^\circ)=-\tan 60^\circ=-\sqrt{3}$$

kanoon.ir

$$A=\frac{۲\times\frac{۱}{۲}\times(-۱)-۴(-\sqrt{۳})(\frac{-\sqrt{۳}}{۲})}{(-\sqrt{۳})^{۲}(\frac{۱}{۲})}=\frac{-۱-۲\times۳}{۳\times\frac{۱}{۲}}=\frac{-۷}{\frac{۳}{۲}}=\frac{-۱۴}{۳}$$

۱۴-

$$\sin(\pi-x)\cos(\frac{۳\pi}{۲}+x)=\sin x\times\sin x=\sin^{۲}x=\frac{۱}{۹}$$

۱۵-دوره‌ی تناوب نمودار برابر $\frac{۶\pi}{۲}=۳\pi$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\frac{۲\pi}{|b|}=۳\pi\Rightarrow\frac{۲\pi}{b}=\pm۳\pi\Rightarrow b=\pm\frac{۲}{۳}$$

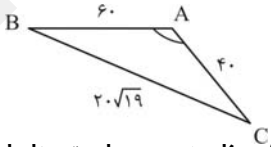
از طرفی ماکزیمم عبارت $a\sin bx$ برابر a می‌باشد (در صورتی که a مثبت باشد) با توجه به نمودار، a مثبت است و بیش‌ترین مقدار آن برابر ۲ است. بنابراین $a=۲$ خواهد بود.

۱۶-

$$\frac{۶۰^{\circ}}{۱۸۰^{\circ}}=\frac{R}{\pi}\Rightarrow R=\frac{۶۰\times\pi}{۱۸۰}=\frac{\pi}{۳}$$ رادیان

$$\frac{\pi}{۳}=\frac{l}{r}\Rightarrow l=۱۲\times\frac{\pi}{۳}\approx۴\times۳/۱۴=۱۲/۵۶$$

۱۷-از رابطه‌ی کسینوس‌ها داریم:



$$a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}-۲bc\cos A\Rightarrow(۲۰\sqrt{۱۹})^{۲}=۴۰^{۲}+۶۰^{۲}-۲(۴۰)(۶۰)\cos A$$

$$\Rightarrow۷۶۰۰=۵۲۰۰-۴۸۰۰\cos A\Rightarrow\cos A=\frac{-۱}{۲}\Rightarrow\hat{A}=۱۲۰^{\circ}$$

۱۸- θ در ناحیه‌ی سوم است، بنابراین:

$$\cos^{۲}\theta=۱-\sin^{۲}\theta=۱-(-\frac{\sqrt{۵}}{۵})^{۲}=۱-\frac{۱}{۵}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow\cos\theta=\frac{-۲}{\sqrt{۵}}$$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{-\frac{\sqrt{۵}}{۵}}{-\frac{۲}{\sqrt{۵}}}=\frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۲}$$

۱۹-از رابطه‌ی کسینوس‌ها داریم:

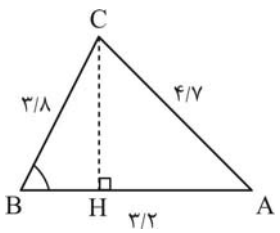
$$a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}-۲bc\cos A\Rightarrow a^{۲}=۴\sqrt{۲}^{۲}+(۶)^{۲}-۲(۴\sqrt{۲})(۶)\cos۱۳۵^{\circ}$$

$$\Rightarrow a^{۲}=۳۶+۳۲-۱۲(۴\sqrt{۲})(\frac{-\sqrt{۲}}{۲})\Rightarrow a^{۲}=۳۶+۳۲+۴۸=۱۱۶\Rightarrow a=۲\sqrt{۲۹}$$

۲۰-

$$\text{دوره‌ی تناوب}=\frac{۲\pi}{|a|}=\frac{۲\pi}{|\frac{-۱}{۳}|}=۶\pi$$

۲۱-ابتدا زاویه‌ی B را با استفاده از رابطه‌ی زیر حساب می‌کنیم.



$$\cos\hat{B}=\frac{۳/۸^{۲}+۳/۲^{۲}-۴/۷^{۲}}{۲\times۳/۸\times۳/۲}$$

$$\cos\hat{B}=\frac{۱۴/۴۴+۱۰/۲۴-۲۲/۰۹}{۲۴/۳۲}=\frac{۲/۵۹}{۲۴/۳۲}=۰/۱۰۶$$

kanoon.ir

$$\cos\hat{B}=۰/۱۰۶\Rightarrow \hat{B}=۸۴^\circ$$

الف)
$$\sin\hat{B}=\frac{CH}{BC}\Rightarrow \sin ۸۴^\circ=\frac{CH}{۳/۸}$$
$$\Rightarrow CH=۳/۸\times ۰/۹۹۴\approx ۳/۷۷km$$ ارتفاع هواپیما

ب)
$$\cos\hat{A}=\frac{۳/۲^۲+۴/۷^۲-۳/۸^۲}{۲\times ۳/۲\times ۴/۷}=\frac{۱۰/۲۴+۲۲/۰۹-۱۴/۴۴}{۳۰/۰۸}=\frac{۱۷/۸۹}{۳۰/۰۸}=۰/۵۹۵\Rightarrow \hat{A}=۵۳^\circ$$

-۲۲
$$A=\frac{\sin(-۱۳۵^\circ)+۲\cos(۴۰۵^\circ)+۳\sin(۲۲۵^\circ)}{\tan(۳۱۵^\circ)}=\frac{-\sin(۱۸۰^\circ-۴۵^\circ)+۲\cos(۳۶۰^\circ+۴۵^\circ)+۳\sin(۱۸۰^\circ+۴۵^\circ)}{\tan(۳۶۰^\circ-۴۵^\circ)}$$
$$=\frac{-\sin ۴۵+۲\cos ۴۵^\circ-۳\sin ۴۵^\circ}{-\tan ۴۵^\circ}=\frac{-۲(\frac{\sqrt{۲}}{۲})}{-۱}=\sqrt{۲}$$

۲۳-فرض کنیم $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$. لذا داریم:
$$\begin{bmatrix}۳ & ۲\\ ۸ & ۵\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ ۳ & ۴\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}۳ & ۲\\ ۸ & ۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a-۱ & b-۲\\ c-۳ & d-۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}۳a-۳+۲c-۶ & ۳b-۶+۲d-۸\\ ۸a-۸+۵c-۱۵ & ۸b-۱۶+۵d-۲۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$$
$$\left.\begin{cases}۳a+۲c-۹=-۱\\ ۸a+۵c-۲۳=۰\end{cases}\Rightarrow \begin{matrix}۵\times\\ -۲\times\end{matrix}\begin{cases}۳a+۲c=۸\\ ۸a+۵c=۲۳\end{cases}\rightarrow -a=-۶\rightarrow a=۶\rightarrow ۱۸+۲c=۸\rightarrow c=-۵\right\}$$
$$\left.\begin{cases}۳b+۲d-۱۴=۰\\ ۸b+۵d-۳۶=۱\end{cases}\Rightarrow \begin{matrix}۵\times\\ -۲\times\end{matrix}\begin{cases}۳b+۲d=۱۴\\ ۸b+۵d=۳۷\end{cases}\rightarrow -b=-۴\rightarrow b=۴\rightarrow ۱۲+۲d=۱۴\rightarrow d=۱\right\}$$
$$\Rightarrow A=\begin{bmatrix}۶ & ۴\\ -۵ & ۱\end{bmatrix}$$

-۲۴
$$A^۲=\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ -۳ & -۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ -۳ & -۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۸ & ۰\\ ۰ & -۸\end{bmatrix}$$
$$A^۲-AI=\begin{bmatrix}-۸ & ۰\\ ۰ & -۸\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ -۳ & -۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۸ & ۰\\ ۰ & -۸\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ -۳ & -۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱۰ & -۴\\ ۳ & -۶\end{bmatrix}$$

-۲۵
$$A^۲=\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۳ & -۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۳ & -۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ -۶ & ۱۳\end{bmatrix},\ A^{-۱}=\frac{۱}{-۸+۳}\begin{bmatrix}-۴ & ۱\\ -۳ & ۲\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-۱}=\begin{bmatrix}\frac{۴}{۵} & \frac{-۱}{۵}\\ \frac{۳}{۵} & \frac{-۲}{۵}\end{bmatrix}$$
$$۲A^۲-۵A^{-۱}=۲\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ -۶ & ۱۳\end{bmatrix}-۵\begin{bmatrix}\frac{۴}{۵} & \frac{-۱}{۵}\\ \frac{۳}{۵} & -\frac{۲}{۵}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲ & ۴\\ -۱۲ & ۲۶\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۴ & -۱\\ ۳ & -۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲ & ۵\\ -۱۵ & ۲۸\end{bmatrix}$$

۲۶- الف) چون کلمه‌ی چهار حرفی خواسته شده است، چهار مکان برای آن در نظر می‌گیریم:

مکان چهارم مکان سوم مکان دوم مکان اول

در مکان اول ۵ حالت به کار می‌رود. چون تکرار مجاز نیست در مکان‌های بعدی به ترتیب ۴ ، ۳ و ۲ حالت به کار می‌رود. طبق اصل ضرب داریم: $۵\times۴\times۳\times۲=۱۲۰$

ب) چون کلمه‌ی ۳ حرفی خواسته شده است، ۳ مکان برای آن در نظر می‌گیریم: مکان سوم مکان دوم مکان اول

چون قرار است به R ختم شود، در مکان سوم یک حالت وجود دارد. چون تکرار مجاز نیست، R از بین حروف حذف می‌شود.

بنابراین برای مکان‌های اول و دوم به ترتیب ۴ و ۳ حالت وجود دارد. طبق اصل ضرب داریم: $۴\times۳\times۱=۱۲$

۲۷- چون عدد سه رقمی خواسته شده، سه مکان برای آن در نظر می‌گیریم مکان سوم مکان دوم مکان اول

دقت کنید که چون در سوال، اشاره‌ای به تکرار یا عدم تکرار نشده است، باید حالت با تکرار را در نظر بگیریم.

الف) طبق اصل ضرب داریم: $۴\times۴\times۴=۶۴$

ب) اگر بخواهیم اعداد سه‌رقمی مضرب ۵ داشته باشیم در رقم یکان فقط یک انتخاب (عدد۵) را داریم بنابراین: $۴\times۴\times۱=۱۶$

ج) اگر بخواهیم اعداد چهار رقمی زوج داشته باشیم در رقم یکان فقط یک انتخاب (عدد۸) را داریم بنابراین: $۴\times۴\times۴\times۱=۶۴$

۲۸- جایگشت‌های n شی متمایز برابر است با: $n\times(n-۱)\times(n-۲)\times\cdots\times۲\times۱=n!$

در این سوال هیچ دو کتاب متوالی نباید مربوط به یک درس باشند، پس باید کتاب‌ها را یک در میان قرار داد. در این حالت باید از کتابی که تعدادش یکی بیش‌تر است شروع کنیم. (چرا؟)

ریاضی فیزیک ریاضی فیزیک ریاضی فیزیک ریاضی

کتاب‌های ریاضی با هم و کتاب‌های فیزیک با هم جابه‌جا می‌شوند. بنابراین جواب عبارت است از: $\underset{\text{ریاضی}}{۴!}\times\underset{\text{فیزیک}}{۳!}=۲۴\times۶=۱۴۴$

۲۹-

چون ترتیب انتخاب‌ها مهم است، می‌توان از فرمول ترتیب استفاده کرد: $p(۶,۳)=\frac{۶!}{(۶-۳)!}=\frac{۶\times۵\times۴\times۳!}{۳!}=۱۲۰$

۳۰- برای ساختن یک پاره‌خط، کافی است دو نقطه از بین نقاط انتخاب کرده و به هم وصل کنیم: $C(۱۰,۲)=\frac{۱۰!}{۸!\times۲!}=۴۵$

kanoon.ir